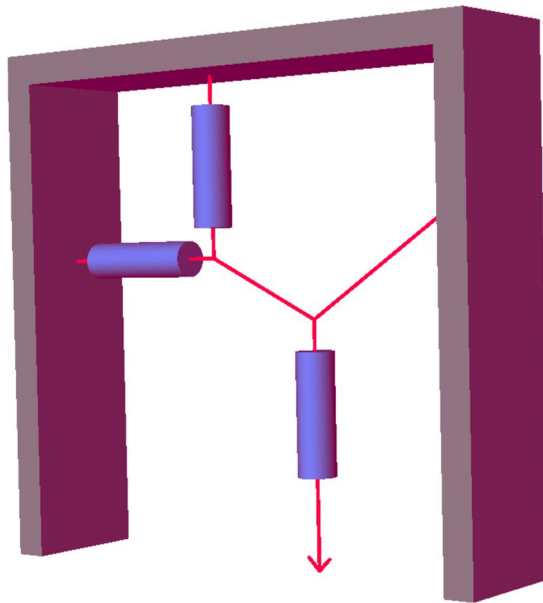


Auffrischkurs I



02

Dynamik

Reader

In diesem Reader finden Sie unter anderem Lösungen
zu Aufgaben, die als Arbeitsblätter in einem
separaten Dokument wiedergegeben sind:

AK I - 02 - Dynamik - Arbeitsblätter.pdf

Was Sie hier wiederholen

In diesem Kurs wiederholen Sie die **Lehre von den Kräften** und ihre Auswirkung auf Bewegungsvorgänge (Dynamik), die zu Beginn der 11. Jahrgangsstufe an der FOS unterrichtet wurde. Wie der gesamte Stoff aus der 11. Klasse ist die Dynamik unbedingte Voraussetzung dafür, dem Physikunterrichtes in der 12. Klasse inhaltlich folgen zu können.

Wie Sie den Lehrstoff wiederholen

Es gibt **zwei Möglichkeiten**, den Stoff aus der 11. Klasse **mit Hilfe dieser Arbeitsvorlage** zu wiederholen:

- Es werden zu Beginn der 12. Klasse **Unterrichtsstunden zur Wiederholung** angeboten (Brückenkurse, Ergänzungsstunden, Auffrischung/Wiederholung im regulären Unterricht):
Diese Arbeitsvorlage wird sowohl im Unterricht als auch zuhause zur Vor- und Nachbereitung verwendet. Als Ergänzung hierzu finden Sie weitere Materialien unter **www.jaeger-salz.de/Physik/05-Wiederholung**. Wie im regulären Unterricht gibt es im Wiederholungsunterricht **Hausaufgaben**, die von den Schülern anzufertigen sind.
- Es werden **keine** Unterrichtsstunden zur Wiederholung angeboten, d.h. Sie müssen den Stoff **selbstständig** wiederholen:
Diese Arbeitsvorlage wird zuhause zum Selbstunterricht verwendet. Als Ergänzung hierzu finden Sie weitere Materialien unter **www.jaeger-salz.de/Physik/05-Wiederholung**.

Was Sie bereits können

- | | | |
|---|--|------------------------------|
| 1 | Lösen linearer und quadratischer Gleichungen | Algebra-Basiswissen |
| 2 | Rechnen mit Symbolen | Algebra-Basiswissen |
| 3 | Konstruktion von Parallelogrammen | Geometrie-Basiswissen |
| 4 | Rechnen mit Vektoren: | |
| | • Addition zweier Vektoren | |
| | • Multiplikation von Vektoren mit Skalaren | |
| | • Lösen einfacher Vektorgleichungen | Geometrie (Vektoren) aus 11T |

Inhalt

1	Vektoren (Wiederholung)	Seite	3
1	Addition von Vektoren		3
2	Zeichnerische Zerlegung von Vektoren		3
2	Newton'sche Gesetze		4
1	1. Newton'sches Gesetz		4
2	2. Newton'sches Gesetz		4
3	3. Newton'sches Gesetz		4
3	Kraftstoß und Geschwindigkeit		5
1	Kraftstoß		5
2	Geschwindigkeitsänderung durch einen Kraftstoß		5
4	Die Kraft als Vektor		6
1	Vektorschreibweise einer Kraft – Rechnen mit Kraftvektoren		6
2	Schiefe Ebene		6
3	Reibungskräfte		7
5	Aufgaben zu den Newton'schen Gesetzen		8
1	<i>actio = reactio</i>		8
2	Schiefe Ebene		8
3	Reibungskraft am Hang		8
6	Graphische und rechnerische Zerlegung eines Vektors		9
7	AP-Aufgaben mit Musterlösungen		11

1 Vektoren (Wiederholung)

Vektoren in kartesischer Schreibweise

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

Betrag eines Vektors

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Winkel zwischen einem Vektor und der x-Achse

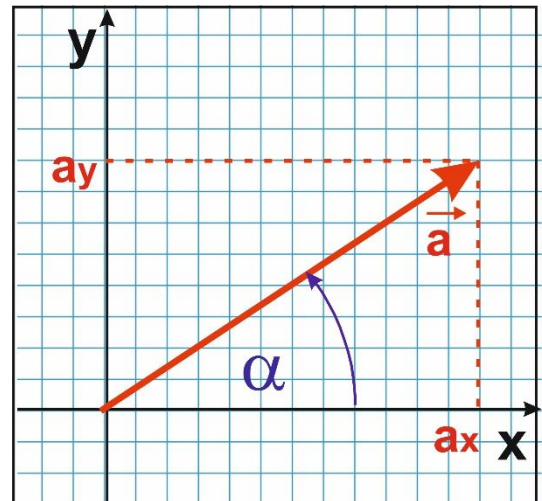
$$\alpha = \text{ArcTan}\left(\frac{a_y}{a_x}\right)$$

Vektor in der Polar-Schreibweise

$$\vec{a} = (a, \alpha)$$

Zusammenhang zwischen polaren und kartesischen Koordinaten

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cos(\alpha) \\ a \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$



→ Arbeitsblatt 1

AK I - 02 - Dynamik - Arbeitsblätter.pdf

1.1 Addition von Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \text{ und } \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}$$

Addition zweier Vektoren

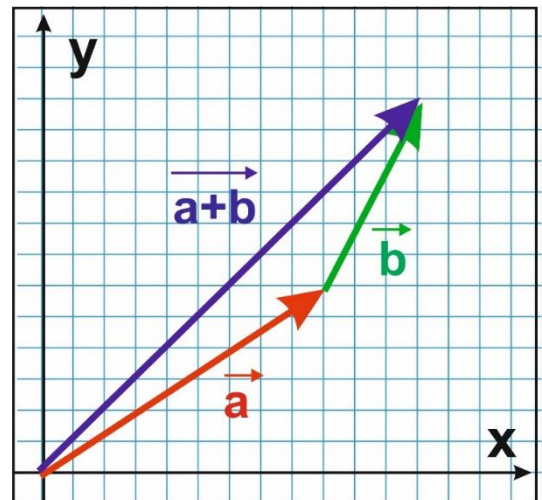
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix} = \vec{c}$$

Subtraktion zweier Vektoren

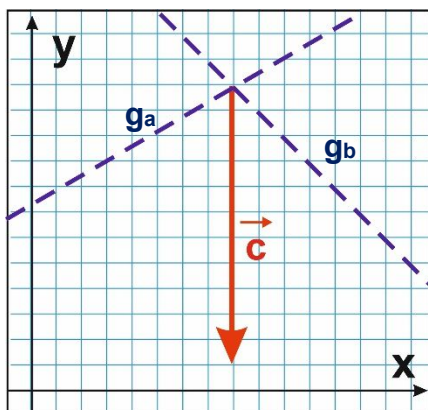
$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x - b_x \\ a_y - b_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \end{pmatrix} = \vec{d}$$

Linear-kombination zweier Vektoren ($n, m \in \mathbb{R}$)

$$n\vec{a} - m\vec{b} = \begin{pmatrix} n a_x - m b_x \\ n a_y - m b_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \end{pmatrix} = \vec{e}$$

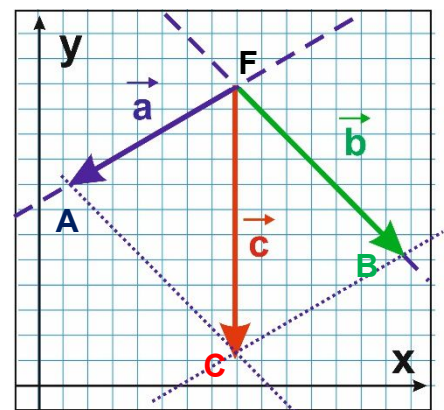


1.2 Zeichnerische Zerlegung von Vektoren



← **Aufgabe:** Ein Vektor \vec{c} soll in zwei Komponenten-Vektoren zerlegt werden, die auf den Geraden g_a und g_b liegen.

→ **Lösungsweg:** Geraden $g_{a/b}$ so parallel verschieben, dass die Vershobenen durch die Spitze des zu zerlegenden Vektors \vec{c} führen (Parallelogramm mit Ecken **A**, **B**, **C** und **F**). Die Ecken **A** und **B** bilden die Spitzen der Vektoren \vec{a} und \vec{b} , **F** deren Fuß.



2 Newton'sche Gesetze

2.1 1. Newton'sches Gesetz

1. Newton'sches Gesetz – Trägheitsgesetz:

Ist die Summe aller an einem Körper angreifenden Kräfte gleich Null, so bleibt der Körper im Zustand der Ruhe oder bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit weiter.

FS. S. 17

Beispiel 1: Eine Weltraumsonde fliegt **antriebslos** im Weltall: Der **Betrag** v der Geschwindigkeit **und** die **Bewegungsrichtung** bleiben erhalten.

Beispiel 2: Beim Seilziehen üben beide Parteien betragsgleiche Kräfte in entgegengesetzte Richtungen aus. Die Summe dieser beiden Kräfte ist $\vec{0}$, die Ortspunkte des Seiles und der Spieler ändern sich nicht.

2.2 2. Newton'sches Gesetz

2. Newton'sches Gesetz – Grundgesetz der Mechanik:

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

FS. S. 17

Beispiel 1: Ein Auto fährt zum Zeitpunkt $t=0$ mit der Geschwindigkeit des Betrages v_0 auf einer Straße. Auf das Auto wird durch den Motor eine Kraft des Betrages F_M **in** Bewegungsrichtung ausgeübt. Dadurch erhöht sich der Betrag der Geschwindigkeit des Autos auf

$$v(t) = v_0 + a t = v_0 + \frac{F_M}{m} t$$

Beispiel 2: Ein Auto fährt zum Zeitpunkt $t=0$ mit der Geschwindigkeit v_0 auf einer Straße. Das Auto wird durch die Bremskraft F_B bis zum Stillstand abgebremst. Dadurch verringert sich der Betrag der Geschwindigkeit des Autos auf

$$v(t) = v_0 - a t = v_0 - \frac{F_B}{m} t \quad [v(t) \leq 0]$$

Beispiel 2: Ein Stein wird senkrecht nach oben geworfen. Durch die Gewichtskraft des Betrages F_G wird der Stein nach unten gezogen (Senkrechter Wurf nach oben). Die Ortsgleichung lautet (bei nach oben gerichteter Ortskoordinate):

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \frac{F_M}{m} t^2$$

2.3 3. Newton'sches Gesetz

3. Newton'sches Gesetz – Wechselwirkungsprinzip:

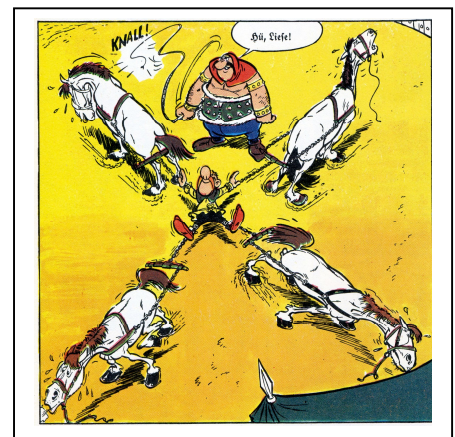
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

FS. S. 18

Beispiel 1: In der historischen Abbildung rechts aus dem gallischen Krieg unter Julius Cäsar wird eine typische Szene aus der Chronik eines bretonischen Dorfes gezeigt: Vier Pferde ziehen an einem Gallier mit gleichem Kräftebetrag in vier diametral entgegengesetzte Richtungen. Die resultierende Kraft ist nach dem **Wechselwirkungsprinzip** betragsmäßig gleich 0, d.h. der hier zu vierteilende Gallier ändert bis zum Moment seiner physischen Auflösung seine Position **nicht**.

Beispiel 2: Eine Person steht auf einer horizontalen Fläche und übt auf diese eine Gewichtskraft des Betrages $F_G = 750 \text{ N}$ senkrecht nach unten aus. Mit einer Kraft des gleichen Betrages $F_F = F_G = 750 \text{ N}$ drückt die Fläche die Person nach oben.

Achtung: Aus $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ folgt $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = \vec{0}$: Achten Sie hier auf den **Null-Vektor** (Schreibweise) !



3 Kraftstoß und Geschwindigkeitsänderung

3.1 Kraftstoß

Der Begriff „Kraftstoß“ befindet sich **nicht** im Lehrplan, ist **aber** (als **Prozess-Größe**) zum Verständnis der **System-Größe „Impuls“** (steht im Lehrplan) notwendig. In Ihrem Schulbuch wird der Kraftstoß ebenfalls erwähnt.

Als **Kraftstoß** Δk wird ein **Prozess** bezeichnet, in dem für eine kurze Zeit eine Kraft auf einen Körper der Masse m einwirkt.

Beispiele von Kraftstößen im t-F-Diagramm:

1	$\Delta k \sim F$ $\Delta k \sim \Delta t$ $\Delta k = \Delta t \cdot F$ Fläche unter t-F-Kurve = Kraftstoß Δk	Je größer die Kraft, desto höher die Wirkung (Kraftstoß Δk) Je länger die Kraft wirkt, desto höher die Wirkung ↓ Wirkung	
2	Wirkung 1 Δk_1 Wirkung 2 Δk_2 Gesamtwirkung $\Delta k_{\text{ges}} = \Delta k_1 + \Delta k_2$		
3	Wirkung 1 $\Delta k_1 = \frac{1}{2} F \cdot \Delta t_1$ Wirkung 2 $\Delta k_2 = \frac{1}{2} F \cdot \Delta t_2$ Gesamtwirkung $\Delta k_{\text{ges}} = \Delta k_1 + \Delta k_2$		
4	Fläche unter t-F-Kurve = Kraftstoß Δk Methode 1: Kästchenmethode Methode 2: Integralrechnung: $\Delta k_{12} = \int_{t_1}^{t_2} F(t) dt$	Die Integralrechnung lernen Sie in der 12. Klasse	

Der Kraftstoß $\Delta \vec{k} = \vec{F} \cdot \Delta t$ ist ein Vektor und besitzt die Größen-Einheit $[k] = [F] \cdot [Dt] = N \cdot s$

3.2 Geschwindigkeitsänderung durch einen Kraftstoß

Wirkt ein Kraftstoß $\Delta \vec{k}$ für die Zeitdauer Δt auf eine Masse m , verändert sich deren Geschwindigkeit um $\Delta \vec{v}$:

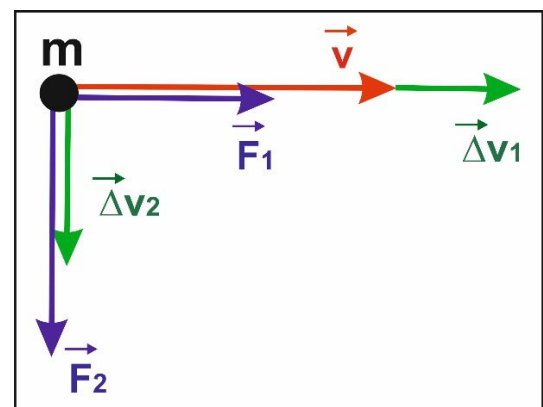
$$\vec{F} = m \vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{k} = m \Delta \vec{v}$$

Wirkt ein Kraftstoß $\Delta \vec{k}$ **parallel oder antiparallel** zur Geschwindigkeit \vec{v} einer Masse m , verändert sich deren Geschwindigkeits**betrag** um Δv :

$$F_1 \Delta t = \Delta k_1 = m \Delta v_1 \quad \rightarrow \quad \Delta v_1 = \pm \frac{\Delta k_1}{m} = \frac{F_1 \Delta t}{m} \quad \Delta \vec{k} \parallel \vec{v}$$

Wirkt ein Kraftstoß $\Delta \vec{k}$ **senkrecht** zur Geschwindigkeit \vec{v} einer Masse m , bleibt deren Geschwindigkeits**betrag** **unverändert**, es ändert sich aber die **Bewegungsrichtung** (Kreisbewegung):

$$\rightarrow \Delta v_2 = 0 \quad \Delta \vec{k} \perp \vec{v}$$



4 Die Kraft als Vektor

Kräfte sind gerichtete Größen und werden daher als Vektoren behandelt.

4.1 Vektorschreibweise einer Kraft – Rechnen mit Kraftvektoren

Grundlagen des Rechnens mit Kraftvektoren

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}$$

Kraftvektor in
Spaltenschreib-
weise

$$|\vec{F}| = F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

Betrag eines
Kraftvektors

$$\vec{F} = F \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

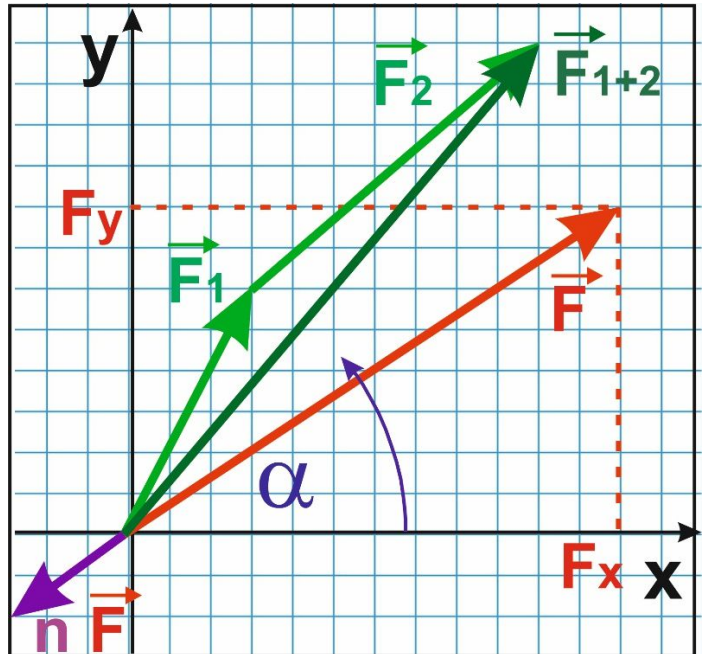
Kraftvektor im
kartesischen
Koordinaten-
system

$$n \vec{F} = n F \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n F \cos(\alpha) \\ n F \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

Multiplikation
eines Kraft-
vektors mit einem
Faktor n
(Abb.: $n = -1/4$)

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{1+2} = \begin{pmatrix} F_{1,x} \\ F_{1,y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{2,x} \\ F_{2,y} \end{pmatrix}$$

Addition zweier
Kraftvektoren



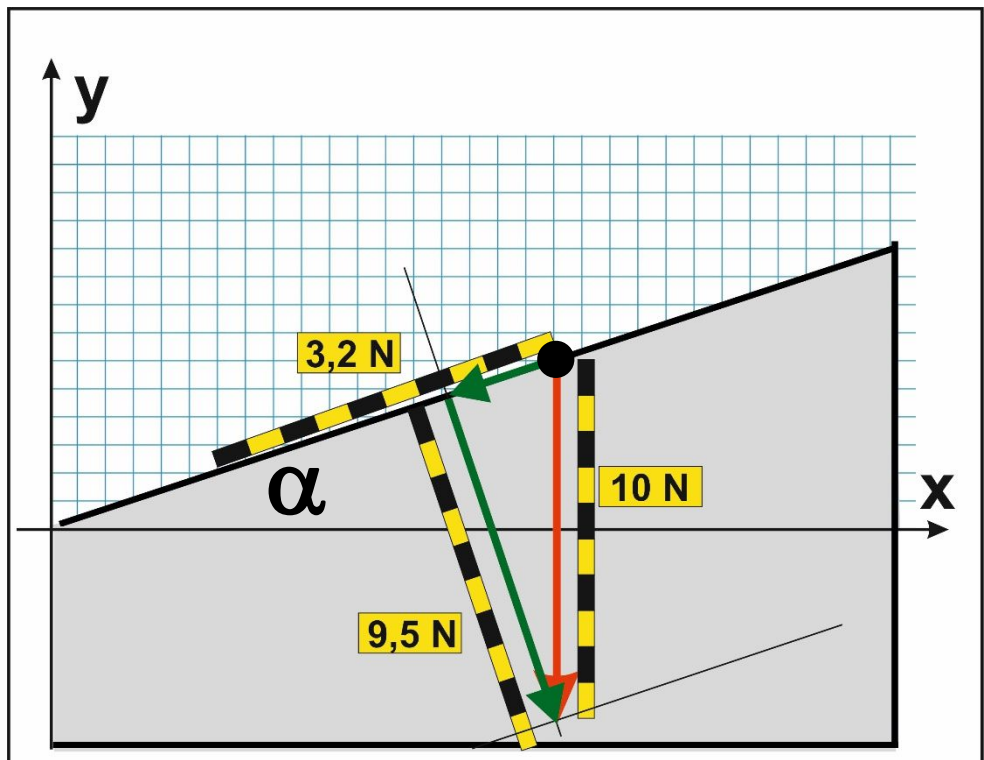
→ Arbeitsblatt 2

AK I - 02 - Dynamik - Arbeitsblätter.pdf

4.2 Schiefe Ebene

Der Winkel zwischen der Horizontalen und einer schiefen (geneigten) Ebene beträgt $\alpha = 19,5^\circ$. (Abbildung rechts). Auf dieser schiefen Ebene ruht ein Körper der Masse $m = 1,0$ kg (●). Der eingezeichnete Pfeil entspricht der Gewichtskraft \vec{F}_G der Masse m . Der Ortsfaktor sei als $g = 10 \frac{m}{s^2}$ angenommen.

- **Konstruieren Sie** die Hangabtriebs- und die Normalkraft
- **Berechnen Sie allgemein** den Betrag F_H der Hangabtriebs- und den Betrag F_N der Normalkraft.



Ergebnis der Berechnungen:

$$F_H = 10 N \sin(19,5^\circ) = 3,34 N \approx 3,2 N$$

$$F_N = 10 N \cos(19,5^\circ) = 9,43 N \approx 9,5 N$$

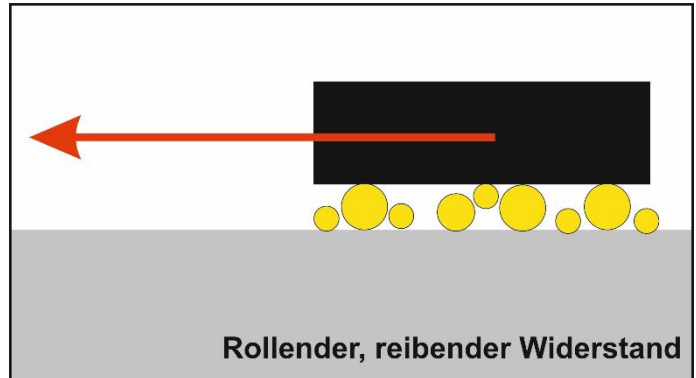
4.3 Reibungskräfte

Wird ein Körper auf einer Schiene angestoßen, behält dieser seinen Geschwindigkeitsbetrag nicht bei, sondern verlangsamt sich. Ursache dafür sind Reibungen und weitere mechanische Widerstände. Hier sind die wichtigsten Ursachen dafür aufgeführt:

4.3.1 Gleitreibung

Gleitreibung tritt z.B. beim Schlittschuhlaufen auf (Reibung Eis \leftrightarrow Eisen). Die Reibung kann sehr gering sein (siehe Schlittschuhlaufen), aber auch sehr hoch (z.B. bei blockierenden Reifen eines bremsenden Autos). Charakteristisch für die Gleitreibung ist, dass sie **nur bei bewegten Gegenständen** auftritt und von der Geschwindigkeit **unabhängig** ist:

Zusätzliche Notizen:



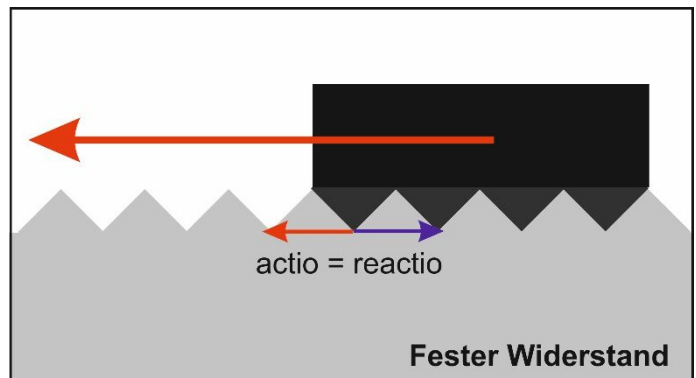
Es gilt: $F_{GR} = F_N \mu$ (F_N : Normalkraft des gleitenden Körpers; μ : Gleitreibungszahl).

FS. S. 13

4.3.2 Haftreibung

Haftreibung tritt zum Beispiel bei einem Schrank auf, der zuerst durch eine größere Kraft (gegen die Haftreibungskraft) in Bewegung gesetzt werden muss, bevor er sich dann (in der Regel leichter) gegen die Gleitreibungskraft verschieben lässt. Haftreibung tritt **nur bei unbewegten** Gegenständen auf:

Zusätzliche Notizen:

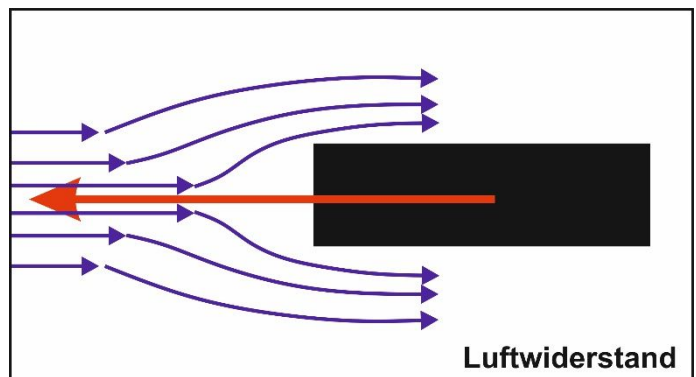


Die Haftreibung entsteht dadurch, dass durch eine feste mechanische Verbindung (z.B. Verhakung) der Kraft \vec{F} , die den Körper bewegen soll, eine betragsgleiche Kraft $-\vec{F}$ entgegen wirkt (actio = reactio). Wird der Betrag der Kraft \vec{F} zu stark (d.h. überschreitet der Betrag dieser Kraft \vec{F} die Größe $F_{HR,max}$), löst sich die „Blockade“ und der Körper gerät in Bewegung (Gleiten). Es gilt: $F_{HR,max} = F_N \mu_0$ (F_N : Normalkraft des ruhenden Körpers; μ_0 : Haftreibungszahl).

4.3.3 Luftwiderstand

Bewegt sich ein Körper durch Luft (oder eine Flüssigkeit), muss das Gas oder die Flüssigkeit um den Körper herumgeführt werden. Die dadurch auftretende **Widerstandskraft** verhält sich **proportional zum Betrag der Geschwindigkeit** des Körpers.

Zusätzliche Notizen:



5.1 actio = reactio

Ein Körper drückt mit einer Kraft \vec{F}_K senkrecht auf die Seite einer Mauer. Da die Mauer mit der betragsgleichen Kraft $\vec{F}_{Geg} = -\vec{F}_K$ in die entgegengesetzte Richtung drückt, wirkt auf den Körper eine resultierende Kraft des Betrages 0, der Körper bleibt in Ruhe (*actio = reactio*).

Frage 1: Woher „weiß“ die Wand, mit welcher Kraft \vec{F}_{Geg} sie gegen die vom Körper ausgeübte Kraft \vec{F}_K drücken muss?

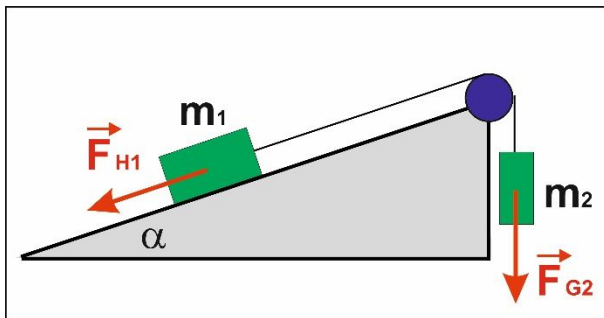
Frage 2: Was passiert, wenn der Betrag der vom Körper ausgeübten Kraft \vec{F}_K zu groß ist?

***Zu Frage 1:** Die Wand reagiert elastisch auf die äußere Kraft. Je größer diese äußere Kraft ist, desto stärker wird (wie bei einer gestauchten elastischen Feder) die Gegenkraft durch die Wand.*

***Zu Frage 2:** Wird die Elastizitätsgrenze der Mauer überschritten, bricht diese.*

5.2 Schiefe Ebene

Ein Körper der Masse m_1 liegt reibungsfrei auf einer schiefen Ebene (Neigungswinkel α) und ist durch eine Schnur, die über eine reibungsfrei bewegliche Rolle gelenkt wird, mit einem Körper der Masse m_2 verbunden (Abb. unten). Berechnen Sie α so, dass auf Körper 1 und auf Körper 2 keine resultierenden Kräfte ausgeübt werden.



Ansatz: $F_{H1} = F_{G2}$ (1)

Berechnung: $F_{H1} = m_1 g \sin(\alpha)$ (2)

$F_{G2} = m_2 g$ (3)

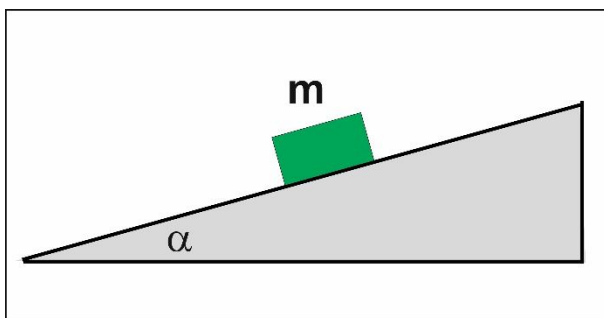
(2) und (3) in (1) →

$m_1 g \sin(\alpha) = m_2 g$

Ergebnis $\alpha = \text{ArcSin}\left(\frac{m_2}{m_1}\right)$

5.3 Reibungskraft am Hang

Ein Körper der Masse m liegt auf einer geneigten Ebene mit dem Neigungswinkel α . Die Haftreibungszahl ist μ_0 . Berechnen Sie α so, dass der Körper beginnt, zu rutschen.



Ansatz: $F_H = F_R$ (1)

Berechnung: $F_H = m g \sin(a)$ (2)

$F_R = F_N \mu_0 = m g \cos(a) \mu_0$ (3)

(2) und (3) in (1) →

$m g \sin(a) = m g \cos(a) \mu_0$

$\frac{\sin(a)}{\cos(a)} = \tan(a) = \mu_0$

Ergebnis: $\alpha = \text{ArcTan}(\mu_0)$

6 Graphische und rechnerische Zerlegung eines Kraftvektors

Eine Lampe (Abbildung: Punkt) besitzt eine Masse von 6,0 kg und soll an zwei Seilen (gestrichelte Linien) zwischen zwei Wänden aufgehängt werden (siehe Abbildung). Der Ortsfaktor sei mit $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ angesetzt). Der in die Abbildung eingetragene

Pfeil entspricht der Gewichtskraft \vec{F}_G der Lampe.

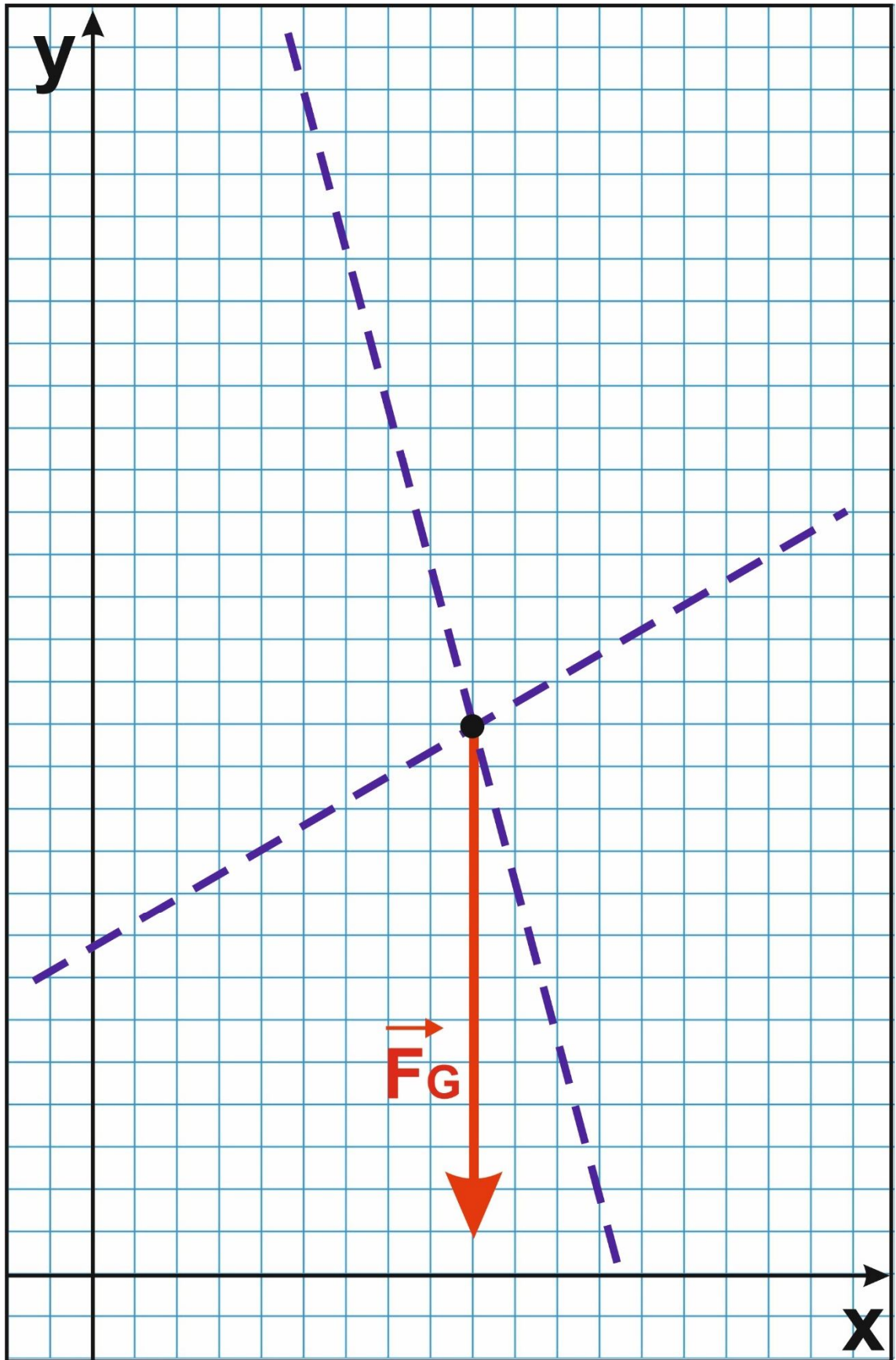
6.1

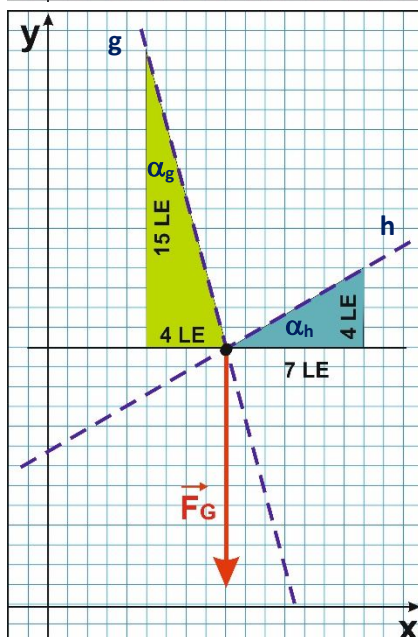
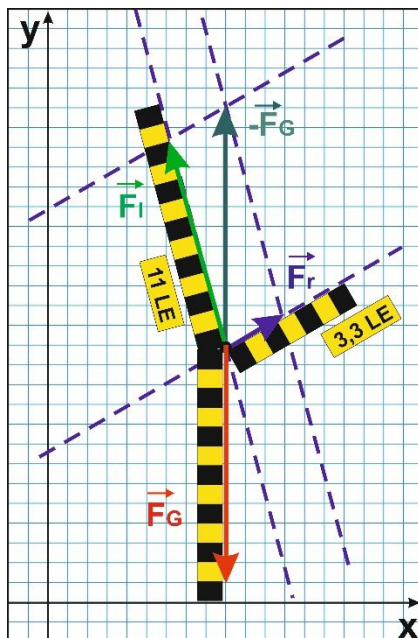
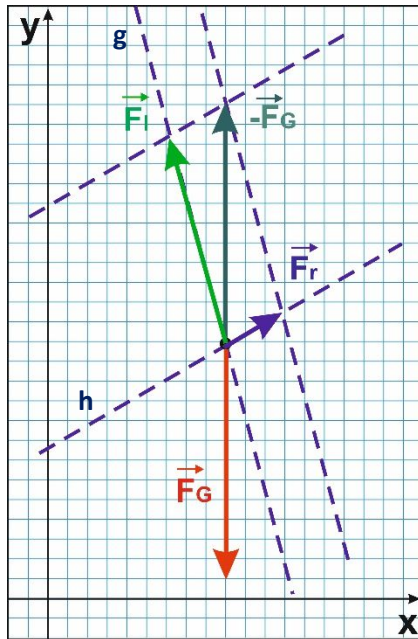
Ermitteln Sie durch **Konstruktion** die Beträge der Kräfte \vec{F}_l und \vec{F}_r , die durch die Lampe auf das linke und auf das rechte Seil ausgeübt werden (Konstruktion direkt in die Abbildung rechts)

6.2

Ermitteln Sie durch **Berechnung** die Beträge der Kräfte \vec{F}_l und \vec{F}_r , die durch die Lampe auf das linke und auf das rechte Seil ausgeübt werden.

Fertigen Sie auf dieser Seite Ihre graphische Lösung an. Vergleichen Sie diese anschließend mit der Musterlösung auf der folgenden Seite. Korrigieren Sie eventuell Ihre Lösung in der Abbildung rechts.





Lösung durch Konstruktion:

1.) Konstruktion der Vektoren \vec{F}_l und \vec{F}_r durch Zerlegung von \vec{F}_G (siehe Abbildung links oben):

- Gegenvektor $-\vec{F}_G$ zu \vec{F}_G konstruieren
- Vorgegebene Geraden g und h parallel so verschieben, dass die parallel verschobenen Geraden durch die Spitze von $-\vec{F}_G$ verlaufen.
- Vektoren \vec{F}_l und \vec{F}_r konstruieren.

2.) Ermittlung der Beträge der Vektoren \vec{F}_l und \vec{F}_r (siehe Abbildung links Mitte):

- Der Betrag $F_G = 60 \text{ N}$ des Kraftvektors \vec{F}_G entspricht in der Konstruktion einer Länge von $l = 12 \text{ LE}$ (), d.h.

$$\frac{60 \text{ N}}{l} = \frac{60 \text{ N}}{12 \text{ LE}} = 5,0 \frac{\text{N}}{\text{LE}} \rightarrow (\text{allgemein}) F = 5,0 \frac{\text{N}}{\text{LE}} \cdot l$$

- Damit ergeben sich folgende Kraftbeträge:

$$F_l = 5,0 \frac{\text{N}}{\text{LE}} \cdot 11 \text{ LE} = 55 \text{ N} \quad \underline{\underline{= 55 \text{ N}}}$$

$$F_r = 5,0 \frac{\text{N}}{\text{LE}} \cdot 3,3 \text{ LE} = 16,5 \text{ N} \quad \underline{\underline{= 17 \text{ N}}}$$

3.) Lösung durch Berechnung (siehe Abbildung links unten):

- Ermittlung der Winkel zwischen positiver x-Achse und den Seilen g und h:

$$\text{Seil g: } \tan(\alpha_g) = \frac{4 \text{ LE}}{15 \text{ LE}} \rightarrow \alpha_g = 14,931^\circ \approx 15^\circ$$

$$\angle (\text{x-Achse, Gerade g}) = 90^\circ + 15^\circ = \underline{\underline{105^\circ}}$$

$$\text{Seil h: } \tan(\alpha_h) = \frac{4 \text{ LE}}{7 \text{ LE}} \rightarrow \alpha_h = 29,745^\circ \approx 30^\circ$$

$$\angle (\text{x-Achse, Gerade h}) = \underline{\underline{30^\circ}}$$

- Vektorieller Ansatz:

$$-\vec{F}_G = \vec{F}_l + \vec{F}_r$$

$$-\vec{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ 60 \end{pmatrix} \text{ N} \quad \text{sowie}$$

$$\vec{F}_l = F_l \begin{pmatrix} \cos(105^\circ) \\ \sin(105^\circ) \end{pmatrix} \text{ N} \quad \text{und} \quad \vec{F}_r = F_r \begin{pmatrix} \cos(30^\circ) \\ \sin(30^\circ) \end{pmatrix} \text{ N}$$

- Algebraischer Ansatz:

$$\begin{array}{lcl} 0 & = & F_l \cos(105^\circ) + F_r \cos(30^\circ) \\ 60 \text{ N} & = & F_l \sin(105^\circ) + F_r \sin(30^\circ) \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 0 \\ 60 \text{ N} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{In } F_l \text{ und } F_r \text{ lineares} \\ \text{Gleichungssystem} \end{array}$$

- Ergebnis:

$$F_l = 53,795 \text{ N} = \underline{\underline{54 \text{ N}}}$$

$$F_r = 16,077 \text{ N} = \underline{\underline{16 \text{ N}}}$$

- Im Rahmen der Konstruktions- und Ablese-Genauigkeit übereinstimmen die durch Konstruktion und durch Berechnung ermittelten Kraftbeträge.

